

Matematické vztahy ve vědě, v reflexi o hudbě a v hudbě

Jiří Beránek

I. Úvod:

Hudba je skrytý a nevědomý matematický problém duše.
Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)

Hudba je aritmetika zvuku, tak jako je optika geometrií světla.
Claude Debussy (1862-1918)

*Hudba by mohla být definována jako systém vzájemných poměrů sloužící duchovnímu
podnětu.*
George Crumb (1929)

*Hudba je daleko bližší matematice než literatuře - ne snad přímo matematice jako takové, ale
dozajista něčemu, jako je matematické myšlení nebo matematické vztahy.*
Igor Stravinskij (1882-1971)

Jestliže jsme tuto práci nazvali - jak výše uvedeno - „**Matematické vztahy ve vědě, v reflexi o hudbě a v hudbě**“, měli bychom nejprve jednak ozřejmit, co myslíme „**matematickými vztahy**“, co „**vědou**“, co myslíme „**reflexí o hudbě**“, a co „**hudbou**“. Dále se snažíme přiblížit naše východisko věcné i metodické na pozadí některých dosud známých skutečností v jejich dosavadním pojetí a s těmito skutečnostmi je konfrontovat. V neposlední řadě jde o vymezení oblastí, jimž se budeme věnovat.

Všechny čtyři zmíněné pojmy uvažujeme v jejich nejširší vývojové proměnlivosti a systémové mnohovztáznosti. V případě „**matematických vztahů**“ vystupují formy prostoru a kvantitativní vztahy reálného světa, ve své ryzosti ovšem odloučené od svých mnohotvárných obsahů.

„**Vědou**“ rozumíme „systém metodicky získaných výpovědí o určitém předmětu“ (W. Traxel, 1974, citováno podle: Nakonečný, 1997, s. 92). Věda – na rozdíl od přístupů laických a narativních (uměleckých):

- a) se svým předmětem zabývá **soustavně, koncepčně a kriticky** (nepodléhá domněnkám, vyžaduje důkazy, konfrontuje argumenty a protiargumenty);

- b) vypracovává si k tomu svůj **pojmový (terminologický) aparát**;
- c) rozvíjí za tím účelem svou **teorii**, díky které může podávat výklad a vysvětlení a pomocí které interpretuje a předvídá;
- d) buduje **systém metod a strategie metodických postupů** umožňujících poznání, které je v maximální možné míře ověřitelné, kontrolovatelné, a tudíž i objektivní. (Helus, 1999, s. 13)¹

Co se týče „**reflexí o hudbě**“, respektive hudebních reflexí, máme tím na mysli především filozofické, předvědecké a vědecké bádání, jehož předmětem je hudba a jevy s ní související.² (V minulosti jde o koncepcce převážně rázu spekulativně metafyzického, v době moderní jde v zásadě o muzikologický výzkum.)

Sémantické pole výrazu „**hudba**“ lze vymezit označením následujících skutečností:

- a) hudební projevy či struktury jako produkty určitého kulturního okruhu, obecně přijímaný „fond hudby“;
- b) analogické zvukové struktury spjaté s jinými kulturními kontexty ;
- c) jiné zvukové jevy lidského i mimolidského původu, které jsou podobné hudbě, jsou přijímány v intencích zkušenosti s hudbou;
- d) hudbě podobné složky jiných zvukových projevů, např. řeči;
- e) esteticky působící strukturní složky neaudiálních jevů, kde podobnost s hudbou vystupuje na základě synestézie;
- f) výsledky „kooperace“ hudby s jinými esteticky fungujícími výtvoři;
- g) některé jevy sloužící hudbě, její realizační kapacity. (Fukač, Vysloužil a kol., 1997, s. 278-279)

Z hlediska **pojetí strukturního** „hudba je zvukové dění, které lidský subjekt přijímá a chápe v jeho specifické strukturnosti, tj. v jeho odlišnosti od neuspořádaných zvukových dějů a od jinak uspořádaných zvukových struktur mimolidského i lidského původu.“ (ibid. s. 281)

Vezmeme-li za bernou minci **Slovník české hudební kultury** (dále SČHK) jako fundamentální dílo české hudební lexikografie poslední doby (vydáno 1997) a podíváme se na jednotlivá hesla v souvislosti s naším tématem, zjistíme, že:

- a) heslo „**matematika**“, „**matematické vztahy**“ zde nefigurují (na rozdíl např. od hesla příbuzného „**kybernetika**“);
- b) u hesla „**matematické metody**“ jsou pouze odkazy na další hesla „**číslo**“, „**analýza**“;
- c) v případě „**hudební analýzy**“ jakožto „kognitivně motivovaném rozkladu hudební struktury na složky“ (ibid. s. 38) představují ovšem matematické postupy pouze dílčí

postup ideálu tzv. komplexní analýzy hudebních děl a na druhé straně se samozřejmě nevyčerpávají pouze analýzou;³

- d) v případě „čísla“ jako „operativního výrazu kvantitativní stránky vztahu mezi celkem a částí“ (ibid. s. 136) jsme poučeni o aplikaci pojmu ve vztahu k hudbě 1) ve smyslu představy čísla jako uspořádání kosmu, 2) při vyjádření pořadí veličin (jako je označení a uspořádání tónů a intervalů), 3) při označování částí děl, zvláště opery 17. a 18. století.

Vidíme tedy, že jisté dílčí poznatky dané problematiky v SČHK nalezneme, ovšem bez potřebného synoptického pohledu a určité systematičnosti výkladu a obecnějšího kontextového zařazení.⁴ A právě to je účelem této práce. Jinak řečeno, neklademe si zde za cíl přijít s nějakými zásadně novými poznatky revoluční povahy, ale máme ambici podat více méně známé skutečnosti v jiném, filozoficky obecnějším kontextu, a tedy nastínit je jakoby v jiném světle. Z hlediska metodického postupujeme cestou syntézy dílčích analýz a komparativní analýzou dílčích syntéz, vytvářejíce tak jednotný obraz v mnohosti dějů.

Náš výklad rozčleníme celkem do pěti částí:

- 1) **Povaha matematických vztahů z hlediska gnozeologického a ontologického; exaktní kvantifikace v přírodovědě a sociálních vědách.**
- 2) **Matematické vztahy v předvědeckých reflexích hudby.**
- 3) **Matematické vztahy z hlediska bádání muzikologického.**
- 4) **Aplikace Booleovy algebry – hudba a svět křemíku.**
- 5) **Věda, umění a společnost; matematické vztahy v tvůrčí práci skladatele a učitele skladby.**

Poznámky:

¹ Vědecká pravda se liší od pravdy umělecké především ve svých důsledcích - v technice a technologii. Je založena na objektivně pravdivých poznacích, umožňujících verifikaci. Ta se v umění nevyžaduje; umění má být působivé, má formovat člověka, jeho emocionalitu. Pokud se v umění hovoří o pravdivosti, jedná se např. o realistické zachycení společenských poměrů v románě, které je ovšem subjektivně podáno a je proto jedinečné. Věda je tedy v jistém smyslu jedinou cestou k objektivně pravdivému poznání. (Vědecké poznání samozřejmě není jediným druhem poznání.)

² V souvislosti s problematikou „**hudebního myšlení**“ se hovoří o souvislosti hudby a myšlení trojím způsobem: 1) **myšlení při hudbě** jako volné přiřazování asociací různým způsobem; 2) **myšlení o hudbě** jako obecné myšlení, jehož předmětem je hudba (myslíme o všem); 3) **myšlení hudbou** jako specifické hudební myšlení, poněkud obtížně uchopitelné a definovatelné. Nás ovšem v této práci zajímá význam č. 2. (ibid. s. 322)

³ Jde o úplné zjišťování výskytu tónů, intervalů aj. složek.

⁴ Toto sdělení se týká i bibliografie uvedené za hesly v SČHK.

II. Povaha matematických vztahů z hlediska gnozeologického a ontologického; exaktní kvantifikace v přírodovědě a v sociálních vědách.

Ujasněme si pozici matematických vztahů z **hlediska gnozeologického a z hlediska ontologického**. Poznání kteréhokoliv jevu je vždy výsledkem součinnosti našich smyslů a našeho rozumu. Zatímco **smyslové poznání** je zdrojem, základem poznání - mimosmyslové formy poznání můžeme komunikovat jen prostřednictvím smyslů - **rozumové poznání** se opírá vždy o údaje smyslů a je v tomto ohledu zprostředkovaným odrazem skutečnosti. Smyslové poznání zobrazuje svět, věci a procesy v jejich jedinečné konkrétní podobě, postihuje jejich vnějškovost, nedovoluje ale nahlédnout do jejich vnitřní struktury a rozlišit podstatné vlastnosti a souvislosti od nepodstatných. To je možné až tam, kde se spojuje se specificky lidským **abstraktním myšlením** v novou kvalitu poznávací činnosti člověka. Přestože abstrakce vznikají již **na smyslové úrovni** a to i u vyšších živočichů, matematické pojmy a symboly jsou abstrakcemi **na úrovni rozumové**, přičemž na této úrovni patří k **logickým abstrakcím nejvyššího řádu**. Nejen že podstatně překračují sféru pozorování a smyslovosti, ale jsou to abstrakce, kterým už nic v realitě známé našim smyslům neodpovídá (postrádají smyslový korelát). Do této kategorie patří pojmy jako "mnohorozměrný prostor", "čtverec rychlosti světla ve vakuu", " $\sqrt{-1}$ ". V matematických vědách přesahujeme samu oblast reálného a naše myšlení se dostává do oblasti "možného", zdánlivé fikce. Verifikace těchto poznatků probíhá nepřímou; jejich aplikace v přírodních, společenských a technických vědách, technice a výrobě dokazuje, že postihují hluboké souvislosti hmotného světa. (Beránek, 1983, s. 58-62) Z hlediska klasifikace věd považujeme matematiku a logiku za **vědy formální**, neboť nevypovídají přímo nic o objektech reálného světa, ale na rozdíl od věd exaktních a společenských, jejichž předmět je omezen na přírodu a společnost, postihují vztahy jdoucí napříč všech oblastí hmoty a vědomí. (Z novějších věd by formální vědou byla **kybernetika** jako teorie řízení a komunikace v dynamických systémech, a to nejen technických, ale i biologických - **neurokybernetika**, a sociálních.) Není tedy divu, že se matematické vztahy objevují také v hudbě. ¹

Vezmeme-li v úvahu vývoj vědy a filozofie v jejich historické souvztažnosti, vidíme, že již v antice kolem roku 300 př. n. l. došlo k ustavení **eukleidovské geometrie** jako prvního vědeckého uceleného teoretického systému, ověřitelného a prokazatelného objektivními

postupy a pravidly. Počátky principů matematického myšlení sahají ovšem mnohem dále a objevují se nejen v souvislosti s vědeckou racionalitou, ale i v systémech různých magických kultů a rituálů.² J. Coufal vyzdvihuje čtyři psychické kvality člověka (podle našeho mínění poněkud nesourodně extrahované), které ovlivnily rozvoj matematiky: **a) paměť, b) fantazie, c) víra v kauzalitu, d) schopnost vytvářet algoritmy.**

Ad a) Vytvářené obrazy, které „prodloužily paměť“ byly více než podobenstvím; měly sloužit k předvádění lovu „v laboratorních podmínkách“. Znázorněním vnitřností zvířat člověk rozvíjel své budoucí analytické myšlení.

Ad b) Rozvíjení **idealizace, abstrakce a fantazie** v rámci náboženství doby kamenné můžeme chápat jako primitivní pokus boje s přírodními silami. „Náboženské obřady byly hluboce prostoupeny magií a magické prvky našly své vyjádření jak v existujících číselných a figurálních představách, tak i v sochařství, hudbě a malířství. Existovala magická čísla, jako 3,4,7, a magické obrazce, jako hvězda a svastika.“ Bez abstrakce, idealizace a fantazie by ale neexistovala ani matematika. Jak napsal A. N. Whitehead, „první člověk, který si všiml analogie mezi skupinou sedmi ryb a skupinou sedmi dní, udělal pozoruhodný krok v dějinách myšlení. Byl prvním člověkem, který uvažoval o pojmu patřícím do čisté matematiky.“

Ad c) Přestože příčina a následek, čas a prostor byly v magickém světovém názoru jedním celkem, magie ve své čisté podobě „vychází z předpokladu, že v přírodě jedna událost nevyhnutelně a neměnně vyplývá z události jiné, a to bez jakéhokoli duchovního či osobního činitele.“ Chyba magie nespočívá v uznávání kauzality, ale ve špatné interpretaci podstaty zákonů, které tuto kauzalitu řídí. Ve sféře společenské je každé tabu vlastně kauzální vazbou příčiny (přestupku, hříchu) a následku (trestu).

Ad d) Rituál je počátkem tvorby algoritmů. Člověk věřil, že magické obřady jsou bezprostřední příčinou dějů a změn v přírodě; „např. obřad vítání jara nezůstával jen na úrovni pasivní registrace jevu, ale získával magickou sílu stimulatoru, který mohl sám jaro přivolat.“ Jestliže se po obřadu nedostavil očekávaný výsledek, rituál nebyl zavržen – chyba byla spatřována v nedůslednosti některých úkonů - ale naopak zdokonalován, detailněji propracován, úzkostlivěji realizován. To učilo člověka prožívat, vnímat a tvořit algoritmus. (Kaňka, Coufal, Klůfa, Henzler, 1996, s. 12-16)

V době antického Řecka (už za života Pythagora) se ovšem matematika osvobodila od poručnictví magie a začala si sama klást otázky jako tyto tzv. **klasické problémy**:

- 1) **zdvojení krychle** – tj. sestrojít krychli, jejíž objem se rovná dvojnásobku objemu dané krychle;³
- 2) **kvadratura kruhu** – tj. uvést konstrukci čtverce, který má stejný obsah jako daný kruh;

- 3) **trisekce úhlu** – tj. uvést konstrukci, kterou lze každý úhel rozdělit na tři stejné části;
- 4) **rektifikace kružnice** – tj. zkonstruovat úsečku, jejíž délka je shodná s délkou dané kružnice;
- 5) **konstrukce pravidelných mnohoúhelníků** – tj. pro každé přirozené číslo n takové, že $3 \leq n$, uvést konstrukci pravidelného n -úhelníka. (ibid. s. 26)

Novověká filozofie 17. století akcentující rozum považuje matematiku jako vědu, která se vymyká každé národní a individuální specifičnosti a má tedy naprosto všeobecnou platnost, za **ideál veškerého poznání**. Významní filozofové té doby jsou buď sami matematiky (Descartes, Pascal, Leibniz) nebo budují filozofický systém matematicky (srov. Spinoza, *Etika vyložená způsobem užívaným v geometrii*).⁴ S tím souvisí snaha o přehledné uspořádání, harmonickou stavbu, vyváženost všech částí celku - snaha vyškolená matematikou a objevující se nejen ve filozofii (srov. princip předzjednané harmonie u Leibnize a jeho *Monadologie*), ale prakticky ve všech oblastech kulturního života, v umění státnickém a vojenském, v architektuře, básnictví i hudbě. Jak se vyjádřil Leibniz: „Úsudky etiky, fyziky, lékařství nebo metafyziky lze transformovat na jakési výrazy nebo symboly, v každém okamžiku potom je lze podpořit důkazem...tak, že nebude možné se mýlit... Je to snad jeden z nejvýznamnějších objevů, na které se přišlo od dávných dob.“ (citováno podle: ibid. s. 49)

V moderní filozofii 20. století se vyhranila oblast, která zkoumá teoretické otázky a metodologii vědy. Jedním z možných přístupů na tomto poli je koncepce **logického pozitivizmu**, který ztotožňuje metodologii s "logikou vědy" a postuluje analýzu jazyka vědy prostředky moderní matematické logiky jako základní metodu řešení metodologických otázek vědy. Jeden z předních představitelů, H. Feigl, zdůrazňuje tři specifické rysy této logické analýzy: „Za prvé, logická analýza se soustřeďuje na termíny základní důležitosti pro reprezentaci poznání. Čím obecnější jsou tyto termíny, tím větší je nebezpečí různých zmateností způsobených buď nejasností v typu významu, nebo prostě významovou vágností či mnohoznačností. Odtud nutnost a hodnota takové analýzy jako terapeutického prostředku. Za druhé, logická rekonstrukce je nezávislá na gramatických (a tím spíše emotivních) zvláštnostech daného specifického jazyka, živého či mrtvého. Poněvadž jsou to kognitivní významy, o něž se zajímáme, můžeme použít idealizovaných modelů nebo v krajním případě ideálního jazyka (něčeho na způsob Leibnizova „mathesis universalis“). Prostředky rozvinuté v moderní symbolické logice prokazují nejvyšší hodnotu pro tento účel. Za třetí, logická analýza je obvykle zaměřenou analýzou. Tj. je buď kodifikací postulátů (jako v matematických a exaktních empirických vědách), nebo epistemologickou redukcí

(rekonstrukcí faktových termínů a propozic na bázi pozorovací evidence)“ (citováno podle: Beránek, 1983, s. 70)

Přirovnání matematiky k jazyku vědy vyslovil již Galileo Galilei: „Filozofie světa je obsažena v grandiózní knize stále otevřené všem a každému – myslím tím knihu přírody. Porozumět jí však může jen ten, kdo se naučí jejímu jazyku a písmu, jímž je napsána. Napsána je jazykem matematiky a jejím písmem jsou matematické vzorce.“ (citováno podle: Kaňka, Coufal, Klůfa, Henzler, 1996, s. 49) Specifičnost tohoto jazyka je zdůvodňována krátkostí, věcností a konkrétností vědeckého výkladu. „Matematické symboly nejen nenechávají prostor nepřesným vyjádřením nebo mlhavým výkladům, ale často dovolují i takové zjednodušení logických postupů a úvah, které vede mnohem rychleji a příměji k výsledku. Lze říci, že pro matematiku je charakteristická její **systematičnost**, ale také je velmi důležitá **hospodárnost** i **obsažnost** jejího vyjadřování. Navíc spolehlivost matematických vět je především důsledkem metody, kterou se matematické věty dokazují.“ (ibid. s. 50) Význam matematiky pro rozvoj věd je tedy nezastupitelný, ale působí samozřejmě i vliv v opačném směru. „Matematika byla ovlivněna zemědělstvím, obchodem i výrobou zboží, technikou a filozofií, podobně jako fyzikou a astronomií. Vliv hydrodynamiky na teorii funkcí, Kantova učení a zeměměřičství na geometrii, elektromagnetismu na teorii diferenciálních rovnic, karteziánství na mechaniku a scholastiky na infinitezimální počet je nejen nepopíratelný, ale i určující.“ (ibid. s. 10) Zároveň se však objevují určité limity ve vyjádření způsobem matematické symboliky; „matematický jazyk nás nevyvede za hranice pojmů a vztahů, není schopen vyjádřit hluboké analogie ani nečekané intuitivní závěry – i když je dokonale přizpůsoben tomu, abychom mohli dojít od předpokladů k závěrům.“ (ibid. s. 50) Každý vědní obor tedy využívá i jazyk přirozený.

Za účelem větší názornosti uveďme dva konkrétní příklady užití matematických vztahů ve **fyzice** – jeden vypovídající o nezastupitelné úspěšnosti tohoto postupu, druhý o jeho určité omezenosti. Vezmeme-li v úvahu **teorii elektromagnetického pole**, nevyhneme se **Maxwellovým rovnicím**, které představují jádro této teorie. Nás ovšem na tomto místě bude zajímat, jak tato teorie vznikla z hlediska uplatnění matematických postupů a jaké jsou její důsledky. Tak jako Newton zobecnil Galileiho pozorování a Keplerovy zákony a formuloval ucelenou teorii mechaniky, vytvořil J. C. Maxwell kolem r. 1862 obecnou teorii elektromagnetického působení na základě Faradayových pokusů. Jeho teorie daleko překročila okruh experimentálních faktů, z nichž povstal. „Faraday nekonal žádné pokusy s elektromagnetickými vlnami, žádné takové vlny ostatně tehdy známy nebyly, nýbrž jen s buzením magnetického pole elektrickým proudem a s indukci elektrického proudu

proměnným magnetickým polem. Maxwell zapsal jeho výsledky ve formě diferenciálních rovnic, doplnil tyto rovnice o člen, který vyžadovala matematická bezrozpornost, a zjistil, že pro vakuum jsou tyto rovnice ekvivalentní vlnové rovnici: že elektromagnetické pole ve vakuu existuje ve formě vln. Spočítal také fázovou rychlost těchto vln a zjistil, že je rovna již dříve změřené rychlosti světla; usoudil odtud, že světlo jsou rovněž elektromagnetické vlny. Nalezl tím jeden zákon pro dvě do té doby jen nejasně spolu související síly – elektrickou a magnetickou – a sjednotil dva předtím zcela nezávislé obory, elektromagnetismus a optiku. Položil tak základ ke snahám, dnes stále silícím, o jednotný popis všech fyzikálních sil.“ (Macháček, 1995, s. 133-134) Dále, z řešení Maxwellových rovnic lze matematicky odvodit zákon zachování náboje a z těchto rovnic plyne mimo jiné Coulombův zákon. Pokud se podíváme na jeho matematické vyjádření v jednotkách SI ($F = 8,988 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$), a srovnáme jej s Newtonovým gravitačním zákonem ($F = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \frac{m_1 m_2}{r^2}$), zjistíme, že závislost elektrické síly na Q_1, Q_2 a r je stejná jako závislost gravitační síly na m_1, m_2 a r ; rozdíl je jen v konstantě úměrnosti. Tuto určitou analogii v podstatě těchto jevů bychom ztěžili kdy zjistili na základě pouhého empirického pozorování. Naopak, některé jevy bychom pozorovali zcela jinak, než jsou formulovány v zákonech (příkladem budiž **první Newtonův zákon** : „Těleso setrvává ve stavu klidu nebo rovnoměrného přímočarého pohybu, není-li nuceno tento svůj stav změnit silou, která na něj působí“ – pozorujeme ovšem vozík, který jsa uveden do pohybu se zpomaleně zastaví), a jiné jevy bychom v realitě nenašli vůbec (**zákon zachování energie**: „O každém izolovaném systému platí, že při všech dějích v něm probíhajících zůstává kvantum energie konstantní.“ – víme ale, že předpoklad existence izolovaného systému odporuje faktům).

Jako příklad druhého typu uveďme **2. větu termodynamickou**, jejíž nejobecnější formulace zní: Celková entropie uzavřeného systému nemůže klesat. **Entropie** (z řec. tropé, změna, zvrát, proměna) je v termodynamice „stavovou veličinou (zavedenou R. Clausiem, 1822-1888) charakterizující míru neuspořádanosti systému, nevratnosti probíhajících dějů a určující směr průběhu samovolných dějů v izolované soustavě (děje v izolované soustavě mohou probíhat pouze směrem, v němž roste entropie – uspořádanost systému klesá).“ (kol.: Filosofický slovník, Olomouc 1998, s. 105) ⁵ Matematicky vyjádřeno jde o míru pravděpodobnosti makrostavu $S = k \ln V$ (kde V je jeho fázový objem, Boltzmanova konstanta $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$). Co především určuje entropii je neuspořádanost pohybu molekul.

„Narazí-li padající kámen na zem, celková energie systému „kámen + Země“ se nezmění, ale celková entropie vzroste, protože energie uspořádaného pohybu molekul (kinetická energie kamene) se změnila v energii pohybu neuspořádaného (kámen i Země se trochu zahřejí). Entropie vzroste tedy především vznikem tepla z práce (např. třením) nebo dodáním tepla. Kromě toho počet možných mikrostavů plynu, a tím i jeho entropie, vzroste s objemem, který plyn může zaujímat. ... Kdybychom byli s to rozeznat všechny mikrostavy, rozeznat pohyb molekul v makroskopických tělesech, viděli bychom, že oba směry času jsou stejně možné – systém přejde z mikrostavu A do mikrostavu B se stejnou pravděpodobností jako z B do A. Avšak my vidíme jen makrostavy, a mezi nimi existují obrovské rozdíly v pravděpodobnosti. Makrostavy, které (při normálním toku času) vidíme dříve (kostka cukru padající do kávy), jsou daleko méně pravděpodobné než ty, které vidíme později (molekuly cukru rovnoměrně rozptýlené v kávě). Otázku, proč existuje privilegovaný směr času, lze tedy zredukovat na otázku, proč byl vesmír na počátku svého vývoje v tak nepravděpodobném makrostavu. Nejpravděpodobnějším makrostavem je ten, při němž je hmota všude rovnoměrně rozptýlena a má všude stejnou teplotu.“ (Macháček, 1995, s. 70-73) S tím právě operuje hypotéza „**tepelné smrti vesmíru**“ (respektive expanzivní model vývoje vesmíru v kosmologii), podle níž má náš vesmír k takovému makrostavu dospět. A zde se dostáváme k limitě této úvahy; nebere totiž v potaz vývoj v jiných než fyzikálních systémech (v systémech biologických a sociálních), v nichž entropie evidentně klesá. Vývoj organické hmoty a lidské společnosti probíhá směrem k vyšším stupňům organizace ve smyslu **dialektických zákonitostí**; v tomto světle se pak jeví hypotéza tepelné smrti vesmíru jako přílišná extrapolace.

Věnovali jsme se dosud aplikaci matematických vztahů v přírodovědě; jak je tomu ale s jejich užitím v oblasti **sociálních věd**? Především se zde naskytá otázka, zda máme co do činění s kategorií věd odlišné podstaty a tím i metodiky. Při této příležitosti vzpomeňme na diskurz v rámci **filozofie dějin** o **historické objektivitě** a problému axiologické ingerence v práci historikově. Na jedné straně stojí ambice zakladatelů **pozitivní filozofie** a **sociologie** jako byl Auguste Comte, připodobnit vědy o společnosti v jejich době úspěšným a rozvinutým vědám exaktním co do systému, metod a vlivu na společnost. (Herbert Spencer formuluje všeobecný zákon evoluce již před vydáním *O původu druhů* Charlese Darwina.) Na druhé straně představitelé tzv. **heidelberské školy novokantismu** Wilhelm Windelband a Heinrich Rickert rozvíjejí myšlenku **metodologického dualismu** s odlišnými kategoriemi **metod nomotetických** pro sféru tzv. Naturwissenschaften a **metod ideografických** pro sféru tzv. Geisteswissenschaften. V neposlední řadě a v linii dualismu vystupuje příspěvek Karla

Raimunda Poppera *Bída historicismu*, jenž uvádí a zdůvodňuje myšlenku, že historické zákony nejsou možné.⁶

Za sebe konstatujeme, že obtížnost pokroku sociálních věd spočívá v obtížnosti jejich předmětu, kterým je člověk - tedy nejsložitější nám dosud známá forma hmoty a vědomí. Problémem je **variabilita lidského chování** - zbavená výlučností instinktuální determinace - a **komplexnost jeho determinant**. Tato skutečnost ale neznamena nedosažitelnost objektivního poznání o člověku, jako spíše jeho obtížnost. To, že člověk nepodléhá zákonům striktně mechanicky kauzálním (srov. La Mettrie - *Člověk stroj*), neznamena noetickou anomii. Z tohoto důvodu chování větších sociálních celků lze postihnout např. **statistickými zákonitostmi**, platnými ovšem pro statistický soubor jako celek, nikoliv pro jeho jednotlivé prvky, což jest analogií pro vztahy subatomárních částic (leptonů, kvarků, apod.) ve sféře fyzikálního mikrosvěta⁷.

Detailněji si význam a povahu exaktní matematické kvantifikace ukážeme na vývoji některých směrů v **psychologii**⁸. Řečeno slovy Thomase Kuhna, psychologie je **preparadigmatickou vědou**, protože nemá obecně závazná hlediska⁹. Není jednotný názor na podstatu psychiky, ani na to, čím se projevuje a jak má být zkoumána. Z toho vyplývá pluralita různých koncepcí, přístupů a metod s jejich nepochybnými mnohoslibnými přínosy, ale také relativními omezeními; tyto koncepce vůči sobě vystupují jak oponentně tak komplementárně. G. W. Allport při zdůraznění sepětí psychologických teorií s filozofickým pojetím člověka užívá pojmu **psychologické modely**, který toto sepětí vyjadřuje. „Sám pak rozlišuje následující tři modely člověka uplatňující se v psychologických teoriích i v praxi:

- 1) Člověk jako reaktivní bytost (pojetí naturalismu, pozitivizmu, fyzikalismu, behaviorismu, operacionalismu, kterému se také často říká „vědecká psychologie“).
- 2) Člověk jako reaktivní bytost ve svých hloubkových dimenzích (pojetí psychoanalýzy, dynamické či tzv. hlubinné psychologie).
- 3) Člověk jako aktivní bytost určená svým bytím (pojetí holismu, personalistické a existenciální, resp. fenomenologické – dnes tzv. humanistické – psychologie).“ (Nakonečný, 1997, s. 305)

Matematické postupy, které nás v této práci zajímají, se uplatňují zejména v modelech č. 1. V tomto směru postupuje **behaviorismus** (z anglického behavior, chování) založený v USA J. B. Watsonem (1913, Psychologie z hlediska behavioristy), jemuž v Evropě předcházela požadavek ruského psychiatra V. M. Bechtěreva (1907), aby byla pěstována tzv. **objektivní psychologie**, a to jako reflexologie, neboť duševní děje jsou v podstatě mozkové reflexy. „Bechtěrev a později Watson zaútočili na psychologii jako vědu o vědomí a na její základní

metodu, introspekci, prohlašujícíce obojí za nevědecké. Podle Watsona je pojem vědomí jen náhražkou za pojem duše....Psychologie člověka musí studovat, co člověk činí a říká v určité situaci, tj. jeho chování; Watson zjednodušil paradigma psychologie na schéma S-R (stimulus – reakce). Na studium vědomí, resp. vnitřních psychických dějů, je nutné rezignovat, protože nejsou pro svou subjektivnost dostupné. Psychologie jako každá věda musí být založena na objektivním pozorování, které přináší kontrolovatelné výsledky. Později se behavioristé ve snaze po této objektivitě, kterou lze zajistit v přísně kontrolovatelných podmínkách laboratorních výzkumů a za pomoci měření, v podstatě omezily na experimentování se zvířaty a v sociální psychologii na zjednodušené modelování sociálních situací... Vrcholem behavioristického úsilí o scientistickou psychologii je **operacionalismus**. Byl inspirován názory fyzika P.W. Bridgmana (1927), který požadoval, aby fyzikální jevy byly definovány operacemi, jež je vyvolávají, resp. registrují a měří (způsobem měření), a ovlivňován názory neopozitivistů (zejména R. Carnapa) na podstatu vědy a jejího jazyka, který má mít povahu objektivního jazyka fyziky. Jazyk psychologie musí být omezen na intersubjektivně sdělitelné a pozorovatelné chování, jehož projevy jsou operacionalizovány, tj. vymezeny operacemi, pokud možno měřitelnými.“ (ibid. s. 306) Toto „zvědečtění psychologie“ přineslo na jedné straně mnoho cenných výsledků - na rozdíl od **psychologie fenomenologické** založené na introspekci – na druhé straně redukovalo obsah bádání na oblast chování a vyloučilo oblast prožívání (které je těžko změřitelné) ze svého zájmu. Paradoxní snahu a výsledky behaviorismu vyjádřil P.F. Lazarsfeld vtipným výrokiem: „Kdysi se psychologové snažili dostat do psychologie trochu matematiky, nyní se snaží dostat do matematiky trochu psychologie.“ (citováno podle: ibid. s. 307-308)

K tomu je možno dodat, že exaktním způsobem uvažování byli ovlivněni i někteří představitelé koncepcí, které směřovaly nakonec jinam. Svědčí o tom pokus S. Freuda o vybudování nové psychologie, obsažený v „Projektu“ z roku 1895, kteréžto dílo představuje výchozí bod jeho myšlenkového vývoje. „Cílem tohoto projektu,“ píše Freud v úvodu, „je vytvořit psychologii, která bude přírodní vědou: to znamená, že chce ukázat psychické procesy jako kvantitativně určené stavy specifickovatelných materiálních částic“, tj. neuronů. (citováno podle: Beránek, 1983, s. 176) Tento postulát plně zapadá do mechanistického myšlení tehdejší doby a dokazuje, jak silně jím byl tvůrce **psychoanalýzy** ovlivněn. „Pro představitele mechanistické přírodovědy a medicíny druhé poloviny 19. století, kteří za svůj gnoseologický ideál vytyčili požadavek, aby „všechny změny ve fyzickém světě byly rozpuštěny v pohybech atomů“, „převezeny na konstantní sumu potenciální a kinetické energie“ (Du Bois-Reymond, 1872), byl takový přístup k „záhadám lidského

mozku“ samozřejmým, a jak se jim tehdy zdálo, i jedině možným vědeckým přístupem.“ (ibid. s. 176)

Stojíme-li na pozici **experimentální psychologie** (v jejíž metodologii se matematické vztahy ve zvýšené míře vyskytují), nevyhneme se problematice **měření psychických jevů**. „Měření zavedl v psychologii G. Th. Fechner (1860) v souvislosti se svou „psychofyzikou“ (měřil vztahy mezi intenzitou podnětu a intenzitou počítku a výsledky svého výzkumu formuloval matematicky)... Velmi široce **pojem měření v psychologii** vymezil S. S. Stevens (1959), podle něhož je měření „přiřazování čísel objektům nebo událostem podle určitých pravidel.“ (Nakonečný, 1997, s. 98) Kvantifikace v psychologii ovšem není jen měřením, ale také **škálováním**. Stevens rozlišil čtyři typy škálování a pro jejich ilustraci použil příklad teploty:

- 1) Nominální škála je založena na kvalitativním třídění (teplo, chladno);
- 2) Ordinální škála je založena na určité řadě kvalit (zima, chladno, vlažno, teplo, horko);
- 3) Intervalová škála (měření teploty teploměrem a její vyjádření ve stupních Celsia, přičemž bodu mrazu odpovídá 0 °C a bodu varu 100 °C v podmínkách určitého atmosférického tlaku); měření se zde provádí již pomocí určitých měrných jednotek, mezi nimiž je stejný interval, avšak ten nemá vlastnosti reálných čísel, neboť 20 °C neznamená dvojnásobnou teplotu 10 °C;
- 4) Proporcionální škála, kde se používají absolutní čísla a vychází se z přirozeného nulového bodu absolutního (dítě, které váží 40 kg, je dvakrát těžší než dítě, které váží jen 20 kg).

„Výhodou škálování je, že dosažené výsledky jsou statisticky zpracovatelné, nevýhodou je, že zachycují škálovaný psychický fenomén jen hrubě a nepostihují různé nuance, přičemž formulace rozdílů bývá někdy problematická.“ (ibid. s. 99)

Statistika je pomocným nástrojem psychologie; je to „aparát vyvinutý k posuzování četností, (jejich rozložení, vztahů atd.), odvozený z matematické teorie pravděpodobnosti (P. R. Hofstätter, 1962). Statistika tedy zkoumá kvantitativní vztahy mezi jevy a má jednak funkci deskripce hromadných jevů (rozložení jejich četností, průměry, odchylky od průměru), jednak odlišování nutného od nahodilého (testování platnosti a stupně významnosti rozdílů).“ (ibid. s. 100)

V nedávné době byl diskutován **vztah psychologie a kybernetiky**. F. Klix (1971) se domnívá, že „vysvětlit vlastnosti činnosti psychických procesů znamená proniknout do dialektiky informace a chování.“ Kybernetika přispěla k modelování vnímání, myšlení a dalších jevů, její význam pro psychologii byl ale poněkud přeceněn. (ibid. s. 264)

Poznámky:

¹ Skutečnost, že hudba byla ve starověku a středověku povýšena na matematickou disciplínu (a to spíše ve významu reflexe hudby než hudby jako umění) a ne například literatura, lze - jak se domníváme - vyvodit a) z větší působivosti hudby (zaměstnává totalitu mozku, podněcuje fyziologické reakce), b) ze skutečnosti, že je více spojena s fyzikálním prostředím.

² Nejstarší archeologické nálezy – vrubovky, počítací hole – z doby 15-20 tisíc let př.n.l. našel profesor Absolon v jeskyni Pekárna u Mokré v Moravském krasu.

³ Problém zdvojení krychle byl vyřešen až v 19. století.

⁴ Zmíněný René Descartes racionalisticky zdůvodňuje učení o afektech a v práci *Compendium musicae* přináší syntézu matematického, fyzikálně konkretizovaného aspektu s psychologicko-fyziologickými poznatky.

⁵ Existuje rozdíl v pojetí entropie mezi termodynamikou a statistickou mechanikou.

⁶ K jistému dualismu poukazuje i terminologie v **angličtině**. Výraz *science* v obecném úzu označuje přírodní vědy, zatímco pro vědy sociální je užíván výraz *social studies*. (Explicitně vyjádřeno: *History is not a science*.) Jistou výjimku představují filozofické spisy ovlivněné pozitivizmem, kde lze nalézt výraz *social science*.

⁷ Zákon průměrných čísel se uplatňuje zejména v **ekonomii**, která je ze sociálních věd patrně nejvíce podložena matematikou.

⁸ Samozřejmě že sociální vědy mají i svůj přírodovědní aspekt, neboť: a) vývoj společnosti je přírodněhistorický proces; b) psychika neexistuje nezávisle na hmotě ve smyslu karteziánského dualismu substancí. Odtud hraniční obory biologické psychologie, biosociologie, biologicky pudová podmíněnost psychických procesů ve Freudově psychoanalýze, funkcionalistický model společnosti v sociologii T. Parsonse apod. Označení psychologie za vědu přírodní (jako např. u Piageta) však považujeme za nadsazené.

⁹ **Paradigma** v Kuhnově pojetí je určitý obraz, který si věda vytvořila o vlastnostech svého předmětu a způsobech jeho zkoumání.

III. Matematické vztahy v předvědeckých reflexích hudby.

V době antického Řecka došlo na evropském kontinentu ke vzniku filozofie, tedy k něčemu, co by se dalo nazvat „**myšlenkovou revolucí**“, vytvářející *pendant* k **revoluci neolitické** ve sféře společenského bytí¹. Význam antické filozofie, a to jak materialistické, tak idealistické, bychom viděli v tom, že za prvé představovala **první pokus o racionální výklad světa**, který byl odlišný od světového názoru rodové společnosti, opírajícího se o mytologii. Zatímco v období před vznikem filozofie vědomí lidí ovládal osud, který byl spojován s přízní, či nepřízní bohů, od 7. století př. n. l. se člověk poprvé začal zamýšlet nad počátkem věcí a vznikem světa jako nad něčím, co je v mezích jeho poznání a co je postižitelné lidským rozumem. Přestože bůh často vystupuje ve spisech řeckých filozofů

(*nús*, hybatel netečné hmoty u Anaxágora, *démiúrgos*, tvůrce světa u Platóna, *forma forem* u Aristotela), působí ale - i u idealistů - spíše jako doplněk racionálního systému, nejedná se tedy o návrat k homérské mytologii.

Za druhé, antická filozofie **podrobila kritice stanovisko naivního realismu**, že kvality našeho vnímání jsou zároveň kvalitami věcí samých; ukázala, že za smyslovým poznáním stojí též poznání rozumové, operující s abstraktními pojmy. Zatímco na zájem přírodních filozofů (mílétská škola, Hérakleitos, eleaté, atomisté) o empirické údaje navazoval rozvoj novodobé přírodovědy a empiricko-induktivní směr ve filozofii (Bacon), pokračovatelem idealistické linie (Pýthagorás, Sókratés, Platón) s její fascinací obecnými pojmy, se staly formální vědy (matematika, logika) a směr racionálně-deduktivní (Descartes). (Na axiomech založená Euklidova geometrie byla považována za dokonalou do 19. století.)

Hudba ve spojení s matematikou měla již od antiky výlučné postavení ve **filozofické reflexi světa**. Pro Pýthagora ze Samu byl výskyt matematických vztahů v hudbě důkazem matematické podstaty kosmu. Jako první objevil za harmonickým souzvukem tónů a za intervaly stupnic číselné vztahy - nikoliv ovšem mezi kmitočty, ale mezi délkami znějících strun. V idealistické představě o **harmonii sfér** lze vystopovat racionální jádro - zákonitou jednotu megasvěta a makrosvěta². Cenný je i postřeh o souvislosti hudby a éthosu (fyzikálního světa a psychična). V Eukleidově díle *Základy geometrie* je vyložena pro hudbu významná **nauka o proporcích**. Hudba v období helénismu je vykládána jako svérázná nauka dovolující řešit i realizovat harmonické proporce (Augustinus), případně jako vysloveně matematická disciplína zabývající se čísly v akustické oblasti (Cassiodorus). Boethius člení vnitřně hudbu na harmonii makrokosmu, harmonii lidského mikrokosmu a harmonii zvukově realizovanou hlasem či nástroji (*musica mundana, musica humana, musica quae in quibusdam constituta est instrumentis*). Římským kulturním přínosem je konstituování systému **sedmera svobodných umění** - filologických disciplín trivium: gramatiky, dialektiky, rétoriky - a matematických oborů kvadrivia: geometrie, aritmetiky, astronomie, muziky. (Boethiovo pojetí kvadrivia předpokládá spolupráci matematických artes: aritmetika má pojednávat o čísle vůbec, geometrie o čísle v rovině, astronomie o čísle v pohybu, kdežto musice připadl úkol zkoumat poměr čísel, tj. proporce.) (Lébl, Poledňák a kol., 1988, s. 32-37)

Co se týče **učení Pýthagora**, existují historické studie relativizující, ne-li zpochybňující jeho přínos. Jak uvádí M. K. Černý: „Hudebně akustické vědomosti samotného Pythagora nebyly patrně velké, jak lze soudit z toho, co mu tradice připisuje jako způsob poznání číselných poměrů základních konsonancí. Podle zpráv shodných v různých antických pramenech (mj. Nikomachos – JAN 1895 s. 246) uslyšel v jakési kovárně údery čtyř kladiv,

kteřá vydávala souzvuky v poměru kvarty, kvinty a oktávy a zjistil, že jejich váhy měly odpovídající poměry. Když pak tato kladiva zavěsil na stejně dlouhé a stejně silné struny, potvrdilo prý se, že struny, na nichž visela kladiva s váhovým poměrem 4:3 (*epitritos*), vydávaly kvartu, struny s kladivy o poměru 3:2 (*hémolios*) kvintu a s poměrem 2:1 oktávu. Obojí však neodpovídá skutečnosti a odporuje fyzikálním zákonitostem. Jde tedy o legendární výmysly autorů, kteří sami potřebné fyzikální a akustické znalosti neměli. Sotva by však vznikly, kdyby bylo něco o skutečných Pythagorových pokusech a důkazech známo, zvláště když bylo běžným zvykem objevy žáků a pokračovatelů připisovat Mistrovi... Ke skutečnému zkoumání a poznávání zákonitostí hudby dospěli teprve ti Pythagorovi žáci – tak zvaní „mathematikové“ -, kteří začali Mistrovo učení promýšlet a ověřovat, což vedlo k roztržce s tzv. „akusmatiky“, kteří lpěli na jeho nedotknutelnosti a tajnosti. Kdy k této roztržce „školy“ došlo, není rovněž jasné, ale bylo to patrně až po Pythagorově smrti, která bývá kladena do blízkosti roku 500 př. n. l. (Černý, 1995, s. 77)

Ať tak či onak, Pythagorejské ladění a vytváření stupnic (v ladění přirozeném i temperovaném) na podkladě matematického vyjádření jejich stupňů jako číselných poměrů zůstávají trvalým přínosem pro moderní hudební teorii a akustiku.

Poznámky:

¹ Vztah ekonomického a politického vývoje ke stavu kulturnímu není ovšem striktně mechanicky přímý. V případě antického Řecka došlo k největšímu rozmachu filozofie a kultury v době, kdy již politicky a hospodářsky bylo za zenitem, což vyjádřil Hegel známou metaforou: „Sovy Minerviny počínají svůj let za soumraku“. A ačkoliv Řecko bylo podmaněno - nejprve Makedonií ve 4.st. př. n. l. a poté Římem r. 146 př. n. l. - jeho kultura se šířila dál ve středomořské oblasti; centrum antické vzdělanosti se přesunulo z Atén do Alexandrie.

² V námi užívané terminologii jsoucno nahlížíme z hlediska „tří světů“ podle velikosti jeho objektů ve vztahu k člověku: 1) **megasvět** jako svět kosmických těles a sil, působí na makrosvět „zvnějšku, exogenně“; 2) **makrosvět** jako svět pozemských objektů (v tomto světě člověk žije, pracuje, uspokojuje svoje potřeby a zájmy); 3) **mikrosvět** jako svět fyzikálních a chemických mikročástic (případně i mikroorganismů) a jejich vztahů, působí na makrosvět „zevnitř, endogenně“.

IV. Matematické vztahy z hlediska bádání muzikologického.

Hudba je předmětem reflexe speciální vědy - **muzikologie** - teprve posledních zhruba 150 let, na jejichž počátku došlo k ustavení samostatného vědního oboru majícímu hudbu za

svůj předmět, jakož i k položení jeho institucionálních základů. V. Lébl, I. Poledňák et al. zmiňují pět příčin vědního zájmu o hudbu **v době humanisticko-osvícenské:**

- 1) V 18. století setrvačně doznívají koncepce *ars musica*, přiznávající hudebním jevům a jejich souvislostem velkou tematickou závažnost.. Přestože: „Po rozpadu pojetí hudby jako ars začíná být hudební sféra chápána výhradně jako umění v novodobém smyslu (schöne Kunst, beaux arts) a staví se do jedné řady s uměními a uměleckými řemesly, jež dříve nebyla součástí svobodných umění (například výtvarnictví, architektura aj.). Musica již nefiguruje jako nauka provádějící sebereflexi a studia hudby se musí ujmout oblasti, stojící mimo umění, například normativní teorie, kritika či věda.“
- 2) Setrvačností se vyznačuje rovněž institucionální sféra. „I když ars musica na univerzitách prakticky zanikla, udržuje se představa, že by výklady hudby byly za jistých podmínek myslitelné jako univerzitní obor.“
- 3) Roste prestiž hudby jako novodobého umění. „Hudba se stává předmětem specifické recepce: nové koncertní dění umožňuje, aby se hudba uplatnila poprvé ve svých dějinách jako emancipovaná estetická oblast.“
- 4) Do komunikace o hudbě se promítají obecné poznávací kvality jako nová systematická a teoretická myšlení, vyspělejší empirismus, evolucionismus a historismus. „Chápání hudby jako nezastupitelné hodnoty vede k tomu, že i historický repertoár je thesaurován či archivován a dále zpřístupňován formou edic, zvláštních koncertních akcí atp.“
- 5) V souvislosti s rozvojem kapitalistických trhů a buržoazních států se novodobé národy jako novým způsobem integrovaná, ideologicky utvrzovaná společenství dovolávají jako jednoho ze svých významných znaků své duchovní tradice a pospolitosti, tedy i kultury a umění. „Umělecká produkce je stále častěji posuzována i realizována v rámci národních celků a pospolitostí.“

Co se týče „**noetických předpokladů ustavení muzikologie** jako moderní pozitivní vědy“, ty se realizovaly (v druhé polovině 19. století), „jakmile byla provedena potřebná integrace předmětného pole oboru a tomu odpovídající hierarchizace jeho badatelských metod. Tato integrace byla možná jen na čtyřech historických liniích vývoje bádání o hudbě, které dosud probíhalo izolovaně, na svém vlastním úseku však dosáhlo limitu moderního empirického přístupu. Byla to linie výzkumu **hudebně teoretického, hudebně historiografického, hudebně estetického a přírodovědního.**“ (Lébl, Poledňák a kol., 1988, s. 81)

Součástí těchto výzkumů bylo a v současnosti nepochybně i je námi diskutované uplatnění matematických vztahů. Již v úvodu této práce jsme zmínili jejich použití v rámci **hudební analýzy**¹. Jak uvádějí autoři SČHK, „přecenění či metafyzické chápání úlohy čísla v hudbě vede vždy znovu k novopythagorejské pozici (v 19. stol. u slovenského teoretika harmonie L. A. Reusse apod.), jinak se ovšem novodobá hudební teorie i analýza rozvíjí právě díky dalekosáhlé aplikaci matematických metod (statistika, teorie množin, teorie informace). Také zde je však třeba respektovat poznatek, že použitelnost matematiky při analýze hudební struktury zůstává omezena na hierarchicky nižší jevy a že formalizace nevyčerpává veškeré aspekty hudebního strukturování. Matematické metody ovšem nalézají všestranné uplatnění v muzikologických oborech, jež se zabývají studiem kvantitativních aspektů jevů mimohudební povahy (při evidenci pramenů a katalogizaci, v organologii, hudební sociologii aj.).“ (Fukač, Vysloužil a kol., 1997, s. 137)²

My si však detailněji ukážeme uplatnění matematické objektivace na pojmech **konsonance a disonance** – tedy na kvalitách psychoestetických – tak, jak je o nich pojednáno na poli **hudební akustiky**. Uvažujeme-li **výšku tónu**, lze ji číselně vyjádřit jako **výšku absolutní**, nebo jako **výšku relativní**. Asolutní výška tónu je dána kmitočtem základního tónu v Hz. V hudební akustice bývá výhodnější udávat tón jeho relativní výškou, která je definována jako poměr kmitočtu daného tónu ke kmitočtu určitého tónu referenčního. Pro poměr kmitočtů dvou tónů, udávající jejich relativní výšku, se užívá též označení **hudební interval**, např. velká sekunda (interval 9/8), velká tercie (5/4), kvarta (4/3), kvinta (3/2), velká sexta (5/3), velká septima (15/8) apod. Zvláštní důležitost má oktáva o relativní výšce 2, neboť hudební stupnice dnes u nás používané, jsou tvořeny řadou tónů vyplňujících interval jedné oktávy.

Zní-li dva nebo více tónů současně, mluvíme o **souzvuku**. Je-li souzvuk při poslechu příjemný, říkáme mu **konsonantní**, je-li nepříjemný, říkáme mu **disonantní**. Výběr tónů tvořících stupnice může sice být libovolný, prakticky však volíme tóny z hlediska konsonancí a disonancí při souzvuku. Volba základního intervalu a uspořádání tónů ve stupnici je tedy závislá na názorech na libozvučnost nebo nelibozvučnost souzvuku, přičemž od vzniku hudby docházelo k neustálému vývoji a změnám v názorech na konsonance. Jedná se tedy spíše o psychoestetické kategorie povahy normativní než pozitivní, ale přesto lze konsonance a disonance matematicky objektivovat, byť relativně na způsob škálování. Nejdokonalejší konsonanci tvoří oktáva (poměr 2:1), následuje kvinta (3:2), kvarta (4:3), velká sexta (5:3), velká tercie (5:4), malá tercie (6:5), malá sexta (8:5). Za disonantní platí velká sekunda (9:8),

velká septima (15:8) atd. Jaké pravidlo vyčteme z posloupnosti těchto poměrů? Pro konsonanci platí zkušenost, že dva tóny se zdají na poslech tím příjemnější, čím menšími čísly je dán poměr jejich kmitočtů. (Slavík a kol., 1961, s. 519-521)

Poznámky:

¹ Podrobně se touto problematikou zabývá J. Ludvová ve spise *Matematické metody v hudební analýze*, Praha 1975.

² Jak uvádí V. Drábek v souvislosti s poslechem hudby a integrací, pro správné porozumění hudbě jsou rozhodující tři receptivně didaktické fáze: 1) **estetický dojem** (jak to působí); 2) **strukturní analýza** (jak je to uděláno); 3) **sémantická analýza** (co to znamená). V tomto kontextu by uplatnění matematických metod bylo relevantní v bodě č. 2, ale poněkud problémové v bodě č. 1 a 3. (Nelze napínat danost na Prokrustovo lože, řečeno slovníkem Schopenhauera.) (in: *Poslech hudby*, 1998, s. 26)

V. Aplikace Booleovy algebry – hudba a svět křemíku.

Od doby **průmyslové revoluce** (začíná v Anglii kolem roku 1780) se věda a technika stávají rozhodující složkou výrobních sil společnosti. Industrializace přímo vyžaduje rychlý rozvoj všech věd – matematických, přírodních, lékařských, společenských, technických. V době od 2. světové války hovoříme o období „**vědeckotechnické revoluce**“ mající svůj počátek v požadavcích válečné výroby. Jedním z hlavních faktorů tohoto procesu je **expanze vědy**. „Rychlé vznikání celých nových vědeckých oblastí (teorie informací, kybernetika, ekologie, genetika atd.), diferenciací nových disciplín, „hraničních“ oborů a různých forem integrace mnoha disciplín je těžko srovnatelné s tím, co se odehrálo dříve. Zároveň se vyvíjí institucionální základna. Počet vysokoškolsky kvalifikovaného personálu se ve vyspělých zemích zdvojnásobuje během několika málo let, podobně jako počet vědeckovýzkumných ústavů. Dochází k „**informační explozi**“: ohromný růst vědeckotechnických poznatků a dat, knih, časopisů, sdělení apod. nemůže už být zvládnut tradičními metodami knihovnictví a ani specializovaný odborník jediné úzké disciplíny nestačí sledovat všechny žádoucí informace. Vzniká problém, jak zpracovávat, transformovat, ukládat a vyhledávat informace pro různé uživatele.

Nejtechničtější a ve svých převratných důsledcích asi nejvýznamnějším výsledkem této expanze vědy je vynález a mnohostranné využití **samočinných počítačů**. Jestliže **stroje** znamenaly průmyslovou revoluci a nahrazovaly a znásobovaly fyzické schopnosti člověka ve velkovýrobě, počítače nahrazují a mnohonásobí jeho **intelektuální** schopnosti a zároveň ho

vymaňují – alespoň principiálně, i když dnes ještě ne v plném rozsahu – z přímé závislosti na strojích. Protože mohou neuvěřitelně rychle řešit složité početní úkony a logické operace včetně rozhodování, mohou být použity k **řízení** strojů a celých linek a komplexních úseků v produkci vůbec, v průmyslu, správě, řízení, směně, dopravě atd.¹ (Beránek, 1983, s. 19-20). V 60. letech objevem tranzistorů nastupuje **miniaturizace**: na křemíkovou destičku velikosti nehtu lze elektronovou litografií natisknout 60 000 i více integrovaných obvodů .

Uvážíme-li fungování jak počítačového **hardwaru** (tj. technického vybavení počítače), tak i **softwaru** (programového vybavení)² zjistíme, že oba – byť někdy nepřímě – využívají principů **Booleovy algebry**³. Anglický matematik George Boole (1815 – 1864) vytvořil v díle *Matematická analýza logiky*, vydaném v r. 1847, matematický aparát (algebru), v němž proměnná nabývá pouze jednu ze dvou možných hodnot. „Ukázalo se, že nejde o rozmarnou matematickou hříčku, kdy $1+1=10$, nýbrž o skvělou ideu, znamenitě využitelnou ve vědě, která do té doby neměla s matematikou nic společného, totiž právě v **logice**. Booleova algebra je definována operacemi **sjednocení (logický součet, disjunkce)**, **průnik (logický součin, konjunkce)** a **negace** (změna hodnoty proměnné v opačnou), nad množinou proměnných, které mohou nabývat jedné ze dvou možných hodnot, obvykle zapisovaných nulou a jedničkou. (V algebře, jak ji známe ze školy, může proměnná nabývat všech hodnot z osy reálných čísel.) Množina s jednou proměnnou nabývá v Booleově algebře pouze dvou stavů; je-li prvkem žárovka, pak buď svítí(1), anebo nesvítí(0). Množina s dvěma prvky nabývá čtyř stavů (00,01,10,11), s třemi prvky osmi stavů (000, 001, 010, 011, 100...111), se čtyřmi prvky šestnácti stavů atd. S každým dalším prvkem vzroste počet možných stavů množiny na dvojnásobek....V **elektrotechnice** dominují dva stavy, totiž vypnuto a zapnuto (pod proudem či napětím resp. bez proudu či napětí). Když se konstruktéři počítačích strojů obrátili od pomalé mechaniky k elektrotechnice, aby v ní hledali cestu ke zrychlení výpočtů, pochopili, že musí zvolit i jinou, vhodnější číselnou soustavu (mechanické počítačí stroje využívají otáčení ozubených kol s deseti zuby, tedy desítkovou číselnou soustavu). Volba padla na **soustavu dvojkovou**. V počátcích to sice někteří konstruktéři zkoušeli i s trojkovou soustavou (kladné napětí, záporné napětí, nula), ale dvojková se brzy a definitivně prosadila nejen pro snazší technickou proveditelnost, nýbrž také proto, že G. Boolem pro ni byla připravena algebra, v níž se počítači počítá snadno a rychle, a rovněž logika, která zajišťuje, že správně „myslí“.“ (Klbal, s. 12-14)

Užití počítačů v oblasti hudby je – tak jako v jiných oborech – velmi mnohotvárné. V této souvislosti se objevují pojmy **počítačová hudba** jako „hudba, která vzniká za pomoci samočinného počítače (computeru)“ (Fukač, Vysloužil a kol., 1997, s. 699) a

elektroakustická hudba jako „hudba používající elektronické zvuky, tj. zvuky vzniklé buď zcela elektronickou cestou, nebo úpravou snímaného a obvykle zaznamenaného přirozeného zvuku“; též jako „souborný název různých okruhů hudebně zvukové produkce, jež se tradičně označují podle způsobu výroby termíny *elektronická hudba*, *konkrétní hudba* a *hudba pro magnetický pásek*“⁴ (ibid. s. 179-180).

„Vytváření zvuků elektronickou cestou zaručuje, že tón může zaznít falešně pouze záměrně. Především však poskytuje možnost vytvářet tzv. **syntetizováním** (skládáním elektromagnetických kmitů odpovídajících tónům se zvláštním zabarvením) „nástroje“, které ve skutečnosti neexistují. Zařízení pro tyto účely, tzv. **syntetizéry**, je možné označit jako nový univerzální hudební nástroj. Obohatily zvuk orchestrů (zvláště v oblasti populární hudby) a mnohé skladby s nepřilíhající nápaditou a výraznou melodií učinily poslechem atraktivní...I když elektronická hudba znamenala velký zlom, nebyl to zlom zásadní. Ten přišel až s počítači. Začalo to už v první polovině 50. let úspěšnými pokusy o tzv. **digitalizaci zvuku**. Určitý zvuk, který fyzikálně představuje kmitání molekul, můžeme znázornit souvislou křivkou. *Digitalizací zvuku* rozumíme elektronické „vystřihávání malých proužků z takové křivky v pravidelně se opakujících okamžicích“. Této proceduře se mezi odborníky říká **samplování** (z anglického *sampling*), česky bychom řekli **vzorkování**. Má-li být zachována vysoká věrnost zvuku, musí být takových vzorků „vystřiženo“ za sekundu mnoho desítek až stovek (na kompaktním gramofonovém disku je zaznamenáno asi 250 vzorků pro každou sekundu hudby). **Vzorek**, což je vlastně určitá hodnota elektrického napětí, je pomocí analogočíslíkového převodníku převedený na odpovídající binární číslo, tedy sled nul a jedniček. A to je kód, se kterým může snadno pracovat počítač. Další významný krok ke „**komputerizaci**“ hudby učinila v roce 1982 firma Roland vytvořením **systému MIDI** (Musical Instruments Digital Interface čili Číslíkové rozhraní k propojování hudebních nástrojů). Systém umožňoval nejen propojování hudebních nástrojů navzájem, ale i s počítačem, a to na základě sériového přenosu jednotně kódovaných číselných informací o tónech, jejich zabarvení a síle. Zároveň vytvářel předpoklady ke zcela novému stylu komponování a práce s hudebním materiálem.“ (Klbal, s. 86-87)

Programová nabídka pro úpravu hudby a její tvorbu je bohatá. „Základem hudebních programů jsou zvuky. Buď jde o vzorky získané z vnějších zdrojů (např. z magnetofonové pásky nebo snímané přímo z hudebního nástroje) a event. uložené na disketě, anebo o zvuky, které pomocí programu definuje uživatel (pak není ničím omezený a může vytvořit „tóny mart'anů“)⁵. (Klbal, s. 87-88) Vlastní program obsahuje tři základní části: **1) určení nástroje; 2) komponování; 3) přehrávání; případně 4) tisk.**

Z hlediska procesů nahrávání a upravování hudby a jejich posloupnosti se rozlišuje:

- 1) **recording – nahrávání zvuku na harddisk;**
- 2) **stříh – výběr nejlepších záběrů a jejich slučování;**
- 3) **efektování – vnitřní i vnější úprava jednotlivých zvuků;**
- 4) **mix – míchání jednotlivých stop (nástrojů a hlasů) do sebe**
- 5) **finalizace – úprava zvuku do konečné podoby, ve které jej bude poslouchat uživatel (WAV, MP3) (Zouhar, Jurica, Jirásek, 2001, s. xvi)**

Podle způsobu tvorby hudby v počítači lze klasifikovat programy na:

A) **AUDIO:** „Audio je zvukový signál z nějakého zdroje zvuku, který můžeme připojit na vstup audio karty. A/D převodník mění toto **audio** na **digital**, což není nic jiného, než sled (posloupnost) čísel, který otevírá velké možnosti manipulace s nahrávkou.“

- 1) **digitální magnetofony** (umožňují záznam do více stop);
- 2) **editační programy** (slouží ke zpracování pouze jednoho zvukového souboru, provádí se velice jemná editace zvuku);
- 3) **masteringové programy** (pracuje se s výsledným smíchaným souborem, upravují se zejména korekce – basy, výšky, síla nahrávky apod.);
- 4) **audio sekvencery** (slouží zejména k tvorbě taneční hudby, pracují na principu skládání velice krátkých zvukových smyček);

B) **MIDI:** „MIDI je druh informace používaný mezi syntetizátory“. /Význam zkratky viz výše./

- 1) **MIDI sekvencery** (umožňují dělat vlastní hudební aranže, import a export MIDI souboru);
- 2) **Notátory** (zaměřeny především na práci s notami). (ibid. s. 3-7)

O. Jirásek a kol. vidí hlavní rozdíl oproti situaci v 70. a 80. letech u nás „v cenové dostupnosti již zmiňovaných softwarových zařízení a tím pádem i v následujícím demokratickém efektu. Skončila doba, kdy tyto nahrávací a editační nástroje byly výsadou pouze mamutích studií. Nyní v softwarové podobě pronikly takřka do domácností a na stoly jedinců-zájemců. Přitom poskytují dostatečný komfort a takovou technickou úroveň, které mohou garantovat zcela profesionální kvalitu výsledku.“ (ibid. s. xiii-xiv)

Z hlediska uplatnění těchto počítačových a elektronických technologií v hudební praxi si ovšem nelze nepovšimnout jejich disparitního zastoupení v různých hudebních žánrech a stylech, zejména co se týče hudby tzv. **artificiální (vážné) a nonartificiální (populární)**.⁶ Zatímco v hudbě populární je toto uplatnění běžné (pokud to její protagonisté cíleně neodmítají jako např. Keith Jarrett), v hudbě vážné je de facto omezeno na oblast

elektroakustické hudby, resp. obecněji hudby experimentální povahy⁷. „Počítačová hudba se opírá o aplikaci matematických metod (statistiky, počtu pravděpodobnosti) a zvl. teorie informace na hudbu, kde lze výhodně využít vžitých konvencí formalizace a číselného vyjadřování různých prvků (označování tónů, stupňů, intervalů, souzvuků, metrických veličin, temp, frekvencí apod. číslicemi). Aplikovatelné jsou i **principy aleatoriky**, zvl. pomocí náhodných či pseudonáhodných čísel získaných samočinným počítačem. Počítač může napomáhat i **projektování skladby**, kompozičnímu procesu (jeho urychlování), interpretaci či reprodukci hudby a samozřejmě též řešení hudebně teoretických problémů. S výhodou lze konstruovat počítačové programy zejména při zkoumání či generování hudby, jejíž struktura se opírá o racionální postupy a přesná pravidla. Skladatel může pomocí počítače získat přípravný materiál, z něhož při vlastní kompozici samostatně volně vybírá, lze však naprogramovat i některé součásti struktury (melodické linie, souzvuky, rytmy ad.), resp. celou kompozici. Počítače spojené s reprodukčním zařízením jsou využitelné k **reprodukcí hudby** (velké syntezátory bývají ovládány počítačem).“ (Vysloužil, Fukač a kol., 1997, s. 699) Stojí-li ovšem skladatel na půdě tradice a opírá se o postupy řekněme „**racionálně-emozivní**“, i zde může při své tvorbě použít programy typu notátorů (jako např. program FINALE), aniž by musel své postupy nějak zásadně měnit; uplatnění počítače v takovém případě nabývá rázu aditivního, nikoliv substitutivního.

Relativně nejnovějším fenoménem na poli informačních technologií je šíření hudby (a informací vůbec) prostřednictvím světové počítačové sítě **Internet** (ve formátu MP3), její multimediální existence ve formě **CD-ROMu, DVD** apod.⁸. Tento jev souvisí s procesy **globalizace** v době, která se nazývá „**postmoderní**“⁹. Jak píše Odillo Stradický ze Strdic ve statí o **vztahu internetu a umění**: „Internet a mobily byly zpočátku jen uměleckým OBJEKTEM, staly se nejprve rekvizitou filmů, o něco později je začali používat i literární hrdinové. Nyní přichází čas, aby se staly SUBJEKTEM umění, tj., aby umělecká díla čerpala z nových možností komunikace, aby přijala styl a výrazové prostředky internetu...Internet nabízí pro uměleckou tvorbu tři možnosti, které dosud nemělo žádné jiné médium ve známé historii lidstva.“ Jsou to:

- 1) **Otevřenost**; „Dílo na internetu je otevřené v čase i prostoru. Autor ho může stále měnit, přidávat i ubírat. Stejně tak k němu mohou přidávat i jiní autoři. Dílo tak získá jisté atributy života: může růst, nebo naopak chřadnout, má svou evoluci...Časem snad tento proces „biologizace“ umění dospěje až tak daleko, že se díla začnou mezi sebou pářit.“

- 2) **Multimedialita**; „Dílo na internetu může být syntézou literatury psané i mluvené, hudby a výtvarného umění. A nejen to. Nové technologie tuto tradiční paletu zraku a sluchu začínají rozšiřovat i na všechny ostatní smysly. Vrcholem bude komplexní nová realita – umělecké dílo přestaneme vnímat jako artefakt, ale budeme ho totálně prožívat.“¹⁰
- 3) **Složitelnost (strukturabilita)**; „Dílo na internetu nemusí být spojité, ale může být snadno vytvořeno jako posloupnost libovolného množství stránek v libovolné struktuře. Tato struktura může být a) lineární; b) binární (Tedy dělicí se v uzlovém bodu na dvě linie, na linie ANO-NE. Příklad: Čtenář si vybere pokračování příběhu podle toho, zda chce, aby hrdina příběhu zemřel nebo aby zůstal žít.); c) polytomická (dělicí se v uzlovém bodu na více než dvě linie).“ (Stradický in: Salon č.223, 2001)

Poznámky:

¹ V souvislosti s elektronickými počítači se začalo hovořit o **umělé inteligenci** v r. 1956, kdy Američané A. Newell a H. A. Simon vytvořili počítačový program *Teoretický logik*. (Klbal, s. 140)

² U první generace počítačů se programy psaly přímo ve **strojových kódech**, tedy přímo v kombinacích nul a jedniček, které spouštěly strojové operace (instrukční kódy). Za účelem univerzálnosti zápisu programu (tj. jeho použitelnosti pro kterýkoli počítač) bylo třeba vyvinout **programovací jazyk**, který by nebyl závislý na skladbě operačního kódu, a zároveň ne natolik vzdálený, aby pro něj už nešlo stanovit převod (překlad). Prvním takovým programovacím jazykem vyššího typu se stal *Fortran* (Formula Translation) prezentovaný J. Backusem v r. 1953. (Klbal, s. 105)

³ Pojem **algebra** označuje matematickou disciplínu, která se zabývá studiem množin a operací, jež jsou prováděny s prvky množiny.

⁴ Podrobně o elektroakustické hudbě pojednává L. Dohnalová ve spise *Estetické modely evropské elektroakustické hudby a elektroakustická hudba v ČR.*, Pedf UK, Praha 2001.

⁵ Z filozofického hlediska ovšem omezení i tak existuje, neboť je-li omezený počet stavebních prvků – např. tónových výšek – potom musí být nutně omezený i počet kombinací těchto prvků. Prakticky se ovšem počet těchto kombinací *ceteris paribus* nevyčerpá.

⁶ Necháváme zde stranou důvod tohoto rozlišení. Poznamenejme pouze, že podle názoru A. Waughy je podstatou hudby její **náladotvornost**. A právě v **míře proměnlivosti nálad** vidí hlavní rozdíl mezi hudbou populární a vážnou. (Vážná hudba je náladově proměnlivější než hudba populární).

⁷ Jak podotýká L. Hurník, jediným elektrickým nástrojem, který se ujal v instrumentáři symfonického orchestru jsou Martenotovy vlny.

⁸ Pro oblast nonartificiální hudby se tímto jevem zaobírá stat' F. Havelky *Internetový appendix* in: I. Poledňák: Úvod do problematiky hudby jazzového okruhu, UP v Olomouci, 2000.

⁹ Makroekonomickým fundamentem tohoto procesu je bezbariérový pohyb finančního kapitálu spekulativní a zčásti i dlouhodobé, investiční povahy. V důsledku stále větší propojenosti národních trhů a světové ekonomiky jako celku, kapitál je schopen proudit bez ohledu na státní hranice (vyjma území za železnou oponou v období studené války a vyjma zemí, na něž bylo uvaleno mezinárodní embargo). Tomuto trendu jsou nápomocny též nové komunikační a informační technologie, které ve formě informačních dálnic (information highway) obepínají zeměkouli jako pavoučí síť a zkracují tak dobu výměny informací mezi od sebe vzdálenými místy planety, a tedy zrychlují účinnost bankovních a burzovních operací. V tomto smyslu se svět stává *globální vesnicí*, země se mění na nepřetržitě proudící tok věcí, lidí, informací, jehož cílovou stanicí je konzumace, mírová nebo válečná.

¹⁰ Trend k multimedialitě a integraci v rámci školního vyučování propaguje i současná integrativní hudební pedagogika (E. Roscher), resp. polyestetická výchova. Jak referuje V. Drábek: „Integrace v hudební výchově může být buď **jednooborová**, zaměřená k jedinému médiu (integrace v rámci hudby), **intermediální** (polyestetická) nebo **interdisciplinární**, jež integruje umění a estetické jevy s širokou oblastí přírodních a společenských věd.“ Integrace je v tomto pojetí chápána jako „myšlenkové spojení navenek oddělených prvků, jako odhalení jejich vnitřní jednoty.“ (Drábek, in: Poslech hudby, 1998, s. 26)

VI. Věda, umění a společnost; matematické vztahy v tvůrčí práci skladatele a učitele skladby.

„Vědecké poznání je jen určitou složkou **osvojování** si a „poznávání“ světa člověkem, jeho přetváření a utváření nového „polidštěného“ světa nejen výrobou a technikou, ale především změnou společenských vztahů, rozumnými plánovitými zásahy do přírodního a společenského prostředí, kultivací rozumu a citlivosti a vnímavosti člověka. V tomto má poznávání, přetváření a utváření dvě základní formy, v mnohém od sebe odlišné – ale přesto teprve ve svém celku a jednotě tvořící **jednotu** a celistvost lidské bytosti a lidské činnosti. Těmito velkými a dnes velmi diferencovanými formami jsou **věda a umění**. Oběma formami si člověk osvojuje svět, poznává jej: ve vědě procesem logicko-abstraktního myšlení, v němž je důraz na abstraktně symbolické formy odrazu světa ve vědomí člověka, v umění prostřednictvím estetických výtvorů, v němž je důraz na smyslovost, citlivost, vnímavost, prožívání světa, odraz přírody a společnosti prostřednictvím vnitřního světa člověka.¹ Obě formy mají své specifické rysy aktivity, činnosti, praxe. Vědecké poznání vede k přetváření

přírody prostřednictvím výroby a techniky, k vytváření technických děl, „**technické**“ **civilizace**. Umělecké osvojování a poznávání světa vede k vytváření uměleckých výtvorů a **kulturní civilizace**. Teprve složitá a rozporná jednota obou těchto rozmanitých forem poznávání, přetváření a utváření světa může vést k harmonickému rozvoji svobodné společnosti“². (Beránek, 1983, s. 68)

Co se týče vývoje hudby, ten se většinou sleduje ve dvou rovinách: a) **ve vývoji vlastních výrazových prostředků**, b) **v souvislosti se sociálním vývojem**, přičemž tradičně ve vývoji světové hudby je bráno **hledisko stylové** - např. barokní hudba, ve vývoji hudby národní převažuje **akcent na obecné dějiny** - např. hudba národního obrození. V oblasti hudby vážné se klade důraz na osobitý **vliv význačných postav** (např. hudba J. S. Bacha), v oblasti hudby populární převažuje **žánrová charakteristika** (např. swingová hudba).

Ad a) S jistou rezervou bychom zde mohli přejmout **periodizaci hudby** podle C. Kohoutka a jeho slohy - které dále dělí na styly – považovat za určité **kvalitativní zlomy** ve vývoji hudby:

1) sloh rytmicko-monomelodický, 40 000 př. n.l. - 13. stol. n. l.

2) sloh polymelodický, 7.-16. stol.

3) sloh melodicko-harmonický, konec 16. -pol. 20. stol.

4) sloh sónický, 20. stol.

Jedná se v zásadě o vývoj hudebního myšlení "od pravýkřiku k vícehlasu". Tyto kvalitativní zlomy se poněkud odlišují od podobných zlomů ve vědě a v technologiích. Vedle nových kompozičních technologií se totiž stále uplatňují i technologie staré, z hlediska jejich interpretace mohou i převažovat (viz např. kmenové repertoáry oper, symfonických orchestrů).

Podobně jako společenské procesy probíhají v určitých **oscilacích**, kde jistý základní trend je obalován výkyvy, v nichž se projevuje regulační působení zpětných vazeb (u **konvergentních** oscilací rozkmit vyhasíná, u **divergentních** se amplituda zvyšuje), v hudbě je tento jev patrný např. na vývoji hudebních stylů. (Větší kontrastnost některých stylů na sebe přímo navazujících než přímo nenavazujících). I zde platí to, že negace nepravdivého výroku není ještě sám pravdivý výrok a vice versa.

Ad b) Pokusme se uvést některé konkrétnější **mimohudební vlivy**, které na hudbu působí.

Vliv jednotlivců a skupin - osobní styl Beethovenův, styl Pařížské šestky.

Vliv sociálních organizací - sbory literátských bratrstev.

Ekonomické faktory - fundace jako ekonomický základ doby barokní, "globální hudba".

Věda a technika - elektronické nástroje a elektronická hudba, vícestopé magnetofony, možnosti amplifikace hlasů; dodekafonie, seriální technika.

Geografie, etnografie - příslušnost k hudbě určité civilizace, určitého národa, vliv regionu.

Vliv idejí - filozofie, náboženství, ideologie - vliv existencialismu, církevní hudba, socialistický realismus, "entartete Kunst".

Vliv ostatních druhů umění - vliv literárního symbolismu, výtvarného impresionismu na hudební impresionismus.

Analogicky hudba zpětně ovlivňuje **oblasti mimohudební**, např. hudba slov ve francouzské poezii 20. stol., složka synkretických umění - divadla, filmu, hudební průmysl v ekonomice, hudební estetika jako součást hudební vědy, "hudba sfér" jako pojem pythágoréjské ontologie apod.

Po 2. světové válce - a také v reakci na ni - se do popředí dostávají filozofické, intelektuální a umělecké směry, tendence a postoje, které lze zařadit do dvou skupin.

A/ Teorie, tendence **antropologické**, výrazové, které se zaměřují na člověka, kladou si otázku smyslu jeho existence, kladou důraz na jeho subjektivní prožitek. Patří sem existencialismus, literatura "proudu vědomí", kafkovská literatura, beatníci, akční malba, nová figurace, aleatorika, hudba nové expresivity.

B/ Teorie, tendence **scientistické**, konstruktivní, vycházející v podstatě z vývoje vědy, chtějí zachytit svět jako souhrn objektivních realit. Patří sem neopozitivismus, konkrétní a elektronická hudba, počítačové umění, racionální hudební systémy, geometrická abstrakce, nový román. (Navrátil, 1993, s. 75-76)

Vedle "klasiků moderny" - Stravinského, Hindemitha, Šostakoviče, Prokofjeva, Milhauda, Brittena, Honeggera, Bartóka, Martinů, Schönberga, aj. - se objevují další jména, směry a techniky, v zásadě oscilující mezi experimentem, návratem k tradici a syntézou různých postupů.

Jestliže bychom chtěli vyslovit **varovnou prognózu** - která jak doufejme se nesplní - potom bychom mohli budoucí vývoj hudby chápat jako oscilaci mezi dvěma extrémy - bezduchou snahou o originalitu za každou cenu a stejně bezduchým eklekticismem. Jestliže místo do levého příkopu sjedeme do pravého, nemusí to být ještě důvod k jásotu.

Problematičnost použití některých experimentálních postupů lze odůvodnit i **esteticky**. V hudbě se v časové ose strukturuje třemi způsoby. Jde o uplatnění:

- 1) **principu totožnosti** – výsledkem je opakování a,a;
- 2) **principu rozdílnosti** – výsledkem je kontrast a,b;

3) **principu obměny, variace** – výsledkem je a, a', v čemž se spojuje totožnost s rozdílností. „Různé stabilizované typy forem vznikají vlastně kombinací těchto principů.“ (Poledňák in: Poslech hudby, 1998, s. 20) Uvažme z tohoto hlediska postupy některých hudebních experimentů. Na jednom extrému stojí **minimalismus**, který ve své podstatě do důsledků vyznává princip totožnosti. Opačný extrém tvoří **dodekafonie**, která fundamentalisticky staví na principu rozdílnosti³. Domníváme se, že z hlediska běžného posluchače působí oba zmíněné krajní postupy dojmem poněkud monotónním; jeví se jako **projev hudebního redukcionismu**.

Uvažujeme-li v tomto kontextu o uplatnění matematických metod v **kompoziční praxi**, jeví se nám z hlediska osy tradice versus experiment neutrálně. Na jedné straně se vyskytují např. v rámci **serializmu** jako hudební řeči ve smyslu výroku skladatele P. Bouleze z 50. let: „My jsme si jisti, že každý hudebník, který nutnost dvanáctitónové řeči neuznal, je zbytečný, neboť celé jeho dílo je mimo směřování epochy.“ (citováno podle: Smolka, 2001, s. 557) Na druhé straně, uplatnění matematických postupů ve skladbě je možné, aniž by v ní racionální či matematický kalkul převažoval, vytvářel „nový jazyk“ apod. V těchto intencích postupuje S. Jelínek ve své metodické příručce *Z abecedy hudby* (2. díl) v kapitole týkající se tvorby malého preludia. Podle tohoto školsky praktického návodu by sestavila preludium snad i osoba zcela amúzická (i když ne nutně s inteligencí na úrovni houpacího koně), a přitom výsledek by se po formální stránce příliš neodlišoval od známého Bachova Preludia C dur.

Podobné uplatnění matematických metod – ovšem ve spojení s uměleckou invencí – uvádíme na úryvku **vlastní skladby pro klavír**. Doprovod v levé ruce je založen na sledu čtyř tónů (c, h, b, as); jim přiřadíme čísla (1,2,3,4) a zvolíme si číselné kombinace, v našem případě 1,2,3,4; 2,3,4,1; 3,4,1,2; 4,1,2,3; 1,2,3,4; 3,2,1,4; 2,1,4,3; 1,4,3,2. Těmto číselným kombinacím odpovídají kombinace tónů (celkem osm řad). Jestliže vyčerpáme všech osm řad, můžeme: a) začít znova od první řady; b) zvolit jinou kombinaci čísel nebo řad (např. v račím postupu); c) uvést jiný doprovodný prvek (např. figuraci). Po celou tuto dobu pravá ruka rozvíjí skladbu v evolučním napětí podle naší invence; v našem případě dotváří čtyřzvuk, přičemž každý hlas postupuje v jiných opakujících se rytmických hodnotách.

Poznámky:

¹ „Třebaže se umělecké myšlení vykládá jako názorné myšlení (myšlení v obrazech), nezakládá se jen na asociacích, ale i na různých operacích typu srovnávání a zobecňování (forma zobecňování ovšem nevystupuje jako **abstrakce**, nýbrž jako **typizace**, tj. zobecnění

prostřednictvím jedinečného, konkrétního, smyslově názorného).“ (Fukač, Vysloužil a kol., 1997, s. 322)

² V historickém vývoji společnosti, a především v kapitalistické společnosti, došlo k **odtržení** vysoce abstraktního symbolického poznání vědeckého od ostatních forem, k živelnému rozvoji vědy a techniky s rozmanitými negativními důsledky pro život člověka. (Beránek, 1983, s. 68)

³ V tomto smyslu podobně jako dodekafonie působí i melodika gregoriánského chorálu (s výjimkou tropů a sekvencí jako jeho historicky pozdějších forem). Zde ale tato jeho estetická působivost má svoje opodstatnění; nejde totiž o hudbu esteticky autonomní, ale funkčně vázanou na provoz náboženské liturgie.

VII. Závěr:

Naše práce potvrdila původní axiom o existenci matematických vztahů v nejrůznějších sférách hmoty a vědomí a ukázala jejich rozmanité podoby a konsekvence v těch oblastech, kterým jsme se věnovali: v oblasti vědy obecně, v oblasti bádání o hudbě, v oblasti technické aplikace vědy v podobě počítačů a v oblasti hudební tvorby. V podobných intencích bychom mohli uvažovat i o existenci a povaze **nejobecnějších filozofických kategorií** (např. o kategorii podstaty a jevu). Na rozdíl od pojmů speciálních věd, tyto kategorie jsou **univerzální**; protože postihují nejobecnější vlastnosti nebo stránky skutečnosti, uplatňují se ve všech oborech vědeckého poznání i společenské praxe. Mohli bychom se tedy např. ptát, **co je podstatou a co jevovou stránkou hudby**. Tím bychom se vydali na další cestu ke svobodě jako k poznané nutnosti.

Použitá literatura:

- 1) Beránek, J.: Marxistická filozofie a soudobé lékařské myšlení, Avicenum, Praha 1983.
- 2) Černý M. K.: Hudba antických kultur, Vydavatelství Univerzity Palackého, Olomouc 1995.
- 3) Fukač, J., Vysloužil J. a kol.: Slovník české hudební kultury, Supraphon, Praha 1997.
- 4) Helus, Z.: Psychologie pro střední školy, Fortuna, Praha 1999.
- 5) Jelínek, S.: Z abecedy hudby, Dům armády Praha, 1994.
- 6) Kaňka M., Coufal J., Klůfa J., Henzler J.: Učebnice matematiky pro ekonomické fakulty, Victoria Publishing, Praha 1996.

- 7) Klabal, R.: Slova okolo počítačů, Ekonom-Progress, Praha.
- 8) Lébl V., Poledňák I. a kol.: Hudební věda, SPN, Praha 1988.
- 9) Macháček, M.: Encyklopedie fyziky, Mladá fronta, Praha 1995.
- 10) Nakonečný, M.: Encyklopedie obecné psychologie, Academia, Praha 1997.
- 11) Navrátil, N.: Nástin vývoje evropské hudby 20. století, Montanex, 1993.
- 12) Poslech hudby, sborník příspěvků z konference, Pedf UK, Praha 1998.
- 13) Slavík J. B., a kol.: Základy fyziky I., Nakladatelství ČSAV, Praha 1961.
- 14) Smolka J. a kol.: Dějiny hudby, TOGGA agency, Brno 2001.
- 15) Stradický ze Strdic O.: NETmrtnost, NETonečnost in: Salon, literární příloha Práva č. 223, Praha 21. 6. 2001.
- 16) Škvor, Z.: Akustika a elektroakustika, Academia, Praha 2001.
- 17) Zouhar T., Jurica M., Jirásek O.: Nahráváme a upravujeme hudbu na počítači, Computer Press, Praha 2001.